30ma Olimpiade Internazionale della Fisica

Padova, Italia

Gara sperimentale

Martedì 20 luglio 1999

<u>Prima di cercare di montare l'apparecchiatura, leggete il testo del problema fino in fondo!</u>

Leggete qui prima di tutto:

1. Avete 5 ore di tempo per un solo problema.
2. Usate solo la penna che vi è fornita.
3. Scrivete solo sulla **facciata anteriore** dei fogli.
4. Oltre ai fogli "bianchi" dove potete scrivere liberamente, ci sono quattro *Fogli-risposte* dove **dovete** riassumere i risultati ottenuti. I risultati numerici devono essere scritti col numero di cifre appropriato in relazione ai dati forniti; non dimenticate le unità di misura. Cercate – quand'è possibile – di stimare le incertezze sperimentali.
5. Scrivete sui fogli "bianchi" i risultati di tutte le vostre misure, e inoltre tutto ciò che ritenete importante per la soluzione del problema e che desiderate sia preso in considerazione da chi correggerà la vostra prova. Tuttavia dovreste usare soprattutto equazioni, numeri, simboli, figure, scrivendo *meno parole possibile.*
6. **assolutamente indispensabile** che scriviate all'inizio di *ciascun* foglio utilizzato: il vostro nome ("**NAME**"), il vostro Paese ("**TEAM**"), il vostro codice di studente (come appare sulla vostra targhetta di riconoscimento, "**CODE**"), e inoltre sui fogli "bianchi": il numero d'ordine di ciascun foglio (da 1 a *N*, "**Page n.**") e il numero totale (*N*) di fogli "bianchi" che avete usato e che desiderate siano corretti. ("**Page total**"). Lasciate in bianco il campo **"Problem"**. anche opportuno scrivere all'inizio della soluzione di ciascuna parte del problema il numero di tale parte. Se usate dei fogli per appunti che non desiderate siano corretti e valutati, basta porre una croce attraverso tutto il foglio e non numerarlo.
7. Quando avete finito, mettete <u>in ordine</u> i fogli (prima i fogli-risposte, poi i fogli scritti in ordine, e alla fine i fogli non utilizzati e il testo del problema) e rimettete il tutto nella busta dove li avete trovati; poi lasciate tutto sul tavolo. Non potete portare via nulla.

Questo problema consta di 11 pagine (compresa questa e i fogli-risposte)

Questo problema è stato preparato dal Comitato Scientifico della 30ma IphO, di cui fanno parte professori alle Università di Bologna, Napoli, Torino e Trieste.

Pendolo di torsione

In questo esperimento vogliamo studiare un sistema meccanico relativamente complesso – un pendolo di torsione – e misurarne i parametri principali. Quando il suo asse di rotazione è orizzontale, mostra un semplice esempio di biforcazione.

Attrezzatura a disposizione

1. Un pendolo di torsione che consiste di un corpo esterno (non uniforme in senso longitudinale) e di una bacchetta filettata al suo interno, col suo sostegno come mostrato in figura 1
2. Un filo d'acciaio con una maniglia
3. Un lungo dado esagonale che può essere avvitato sulla bacchetta filettata del pendolo (serve solo nell'ultima parte)
4. Un righello e una squadra
5. Un contasecondi
6. Chiavi a brugola
7. Fogli di carta millimetrata formato A3
8. Un morsetto regolabile
9. Nastro adesivo trasparente
10. Un pezzo di profilato a T

L'apparato sperimentale è mostrato in figura 1; è un pendolo di torsione che può oscillare sia intorno a un asse di rotazione orizzontale che inotrno ad un asse di rotazione verticale. L'asse di rotazione è definito da un breve filo d'acciaio mantenuto teso. Il pendolo ha una parte interna che è una bacchetta filettata che può essere avvitata o svitata, e può essere fissata in posizione mediante un piccolo dado esagonale. Questa bacchetta filettata **non** può essere estratta dal corpo del pendolo.

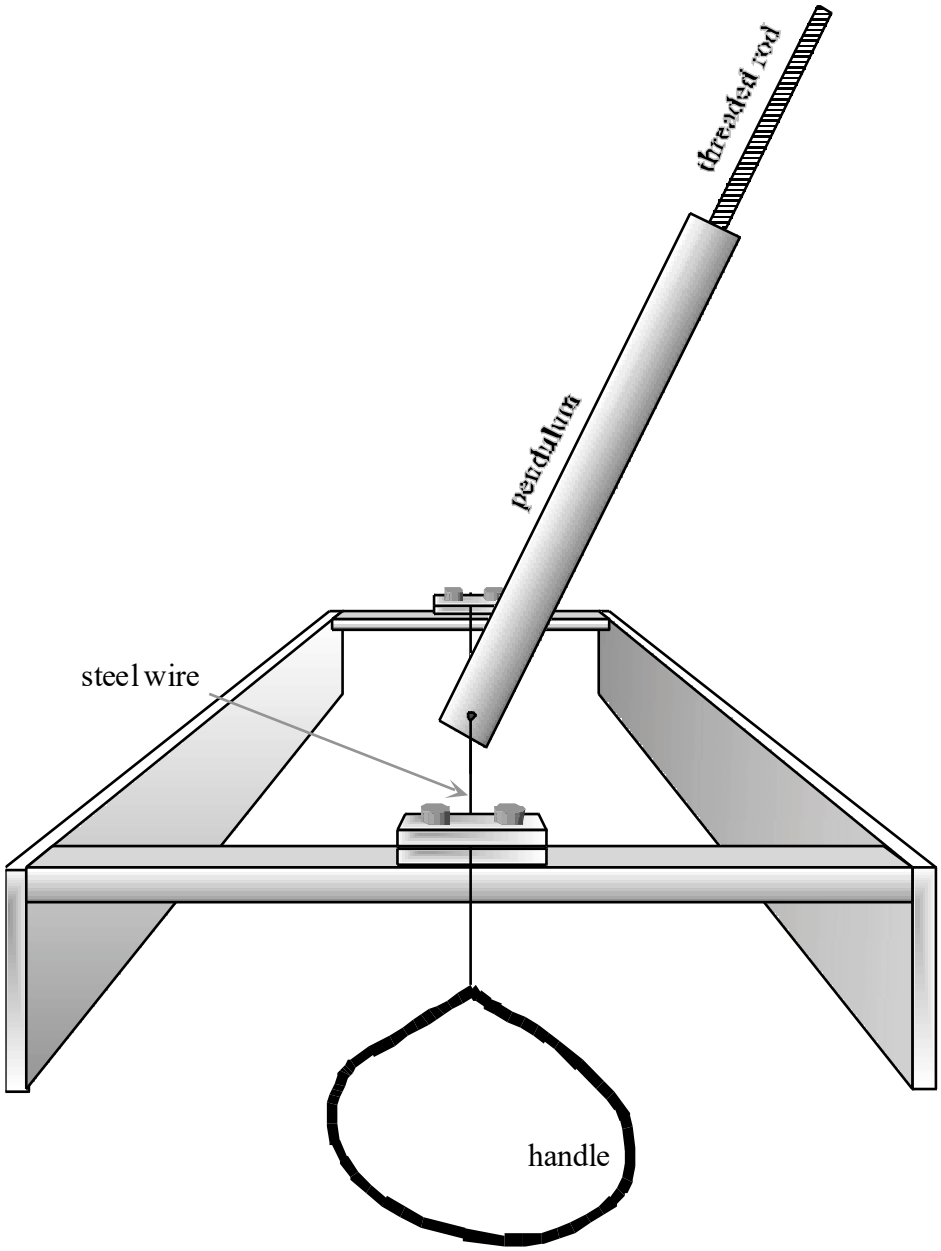


Figura 1: Schema dell'apparato sperimentale quando l'asse di rotazione è verticale. Didascalie: *steel wire*: filo d'acciaio; *handle*: maniglia per tirare il filo; *pendulum*: corpo del pendolo; *threaded rod*: bacchetta filettata interna.

Quando si monta l'apparato al punto 5, il filo d'acciaio deve passare attraverso i sostegni d'ottone e attraverso il foro nel pendolo, poi dev'essere bloccato in posizione tenendolo in tensione: lo si blocchi prima ad un'estremità, poi si usi la maniglia per tenderlo e lo si blocchi all'altra estremità.

Attenzione: Il filo dev'essere teso solo quanto basta per garantire la stabilità del pendolo. Non è necessario tirarlo con una forza più grande di circa 30 N. Nel tenderlo, non lo si pieghi contro il sostegno, perché potrebbe spezzarsi.

Le variabili che caratterizzano le oscillazioni del pendolo sono:

- la posizione del pendolo definita dall'angolo θ di deviazione rispetto alla direzione ortogonale al piano del telaio di sostegno (tale angolo è mostrato in figura 3);

- la distanza x fra l'estremità libera della bacchetta filettata interna e l'asse di rotazione del pendolo;
- il periodo T delle oscillazioni del pendolo.

I parametri che caratterizzano il sistema sono:

- la costante elastica di torsione κ del filo d'acciaio (coppia = $\kappa \cdot$ angolo);
- le masse M_1 e M_2 delle due parti del pendolo (1: cilindro esterno[1] e 2: bacchetta filettata);
- le distanze R_1 e R_2 del centro di massa di ciascuna parte del pendolo (1: cilindro esterno e 2: bacchetta filettata) dall'asse di rotazione. In questo caso la parte interna mobile (la bacchetta filettata) è abbastanza uniforme per calcolare R_2 basandosi sulla sua massa, la sua lunghezza ℓ e la distanza x. Pertanto R_2 è una semplice funzione degli altri parametri;
- i momenti d'inerzia I_1 e I_2 delle due parti del pendolo (1: cilindro esterno e 2: bacchetta filettata). In questo caso possiamo anche considerare la parte mobile (la bacchetta filettata) come abbastanza uniforme per poter calcolare I_2 basandosi sulla sua massa, la sua lunghezza ℓ e la distanza x. Pertanto anche I_2 è una semplice funzione degli altri parametri;
- la posizione angolare θ_0 (fra il pendolo e la perpendicolare al piano del telaio di sostegno) in cui la coppia di richiamo elastico è nulla. Il pendolo è fissato all'asse di rotazione per mezzo di un grano (vite a testa esagonale incassata) che si trova dalla parte opposta della bacchetta filettata; perciò θ_0 varia ogni volta che si monta l'apparato.

Riassumendo, il sistema è descritto da 7 parametri: κ, M_1, M_2, R_1, I_1,ℓ, θ_0, ma θ_0 varia ogni volta che si monta l'apparato e quindi solo 6 di essi sono realmente costanti e lo scopo di quest'esperimento è di determinare **sperimentalmente** questi, cioè κ, M_1, M_2, R_1, I_1,ℓ. Tenete presente che la bacchetta filettata interna non può essere estratta dal corpo del pendolo, e che inizialmente è nota solo la massa totale $M_1 + M_2$, scritta su ciascun pendolo.

In questo esperimento vi sono diverse quantità che sono funzioni lineari di una variabile, e dovete stimare i parametri di queste funzioni lineari. Preferibilmente dovreste fare un'interpolazione lineare, ma altre procedure sono ugualmente accettabili. Le incertezze sperimentali sui parametri che ottenete possono essere stimate nel corso della procedura stessa, o possono essere dedotte dalla dispersione dei dati intorno alla retta d'interpolazione.

L'analisi richiede altresì una semplice formula per il momento d'inerzia della parte interna (in cui trascuriamo le dimensioni trasversali rispetto alla lunghezza, si veda la figura 2):

$$I_2(x) = \int_{x-\ell}^{x} \lambda\, s^2 ds = \frac{\lambda}{3}\left(x^3 - (x-\ell)^3\right) = \frac{\lambda}{3}\left(3\ell x^2 - 3\ell^2 x + \ell^3\right) \qquad (1)$$

dove $\lambda = M_2 / \ell$ è la densità lineare, e perciò

$$I_2(x) = M_2 x^2 - M_2 \ell x + \frac{M_2}{3}\ell^2 \qquad (2)$$

[1] Compreso il piccolo dado esagonale di bloccaggio.

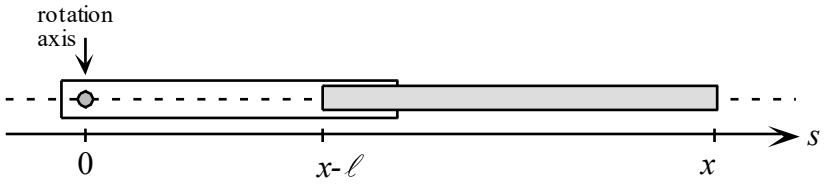


Figura 2: Nell'analisi dell'esperimento possiamo usare una formula (eq. 2) per il momento d'inerzia di una barretta le cui dimensioni trasversali sono trascurabili rispetto alla lunghezza. Il momento d'inerzia va calcolato intorno all'asse di rotazione (*rotation axis*), che in figura interseca l'asse *s* per *s*=0.

Ora si seguano i seguenti passi per trovare i 6 parametri M_1, M_2, κ, R_1, ℓ, I_1:

1. Il valore della massa totale M_1+M_2 è noto (è scritto su ciascun pendolo) e potete trovare M_1 e M_2 misurando la distanza $R(x)$ fra l'asse di rotazione e il centro di massa del pendolo. A questo scopo scrivete dapprima una formula che dia la posizione del centro di massa in funzione di x e M_1, M_2, R_1, ℓ. *[0.5 punti]*

2. Misurate $R(x)$ per diversi valori di x (almeno 3) [2]. □ chiaro che queste misure devono essere fatte quando il pendolo non è attaccato al filo d'acciaio. Con queste misure e il risultato precedente, ricavate M_1 e M_2. *[3 punti]*

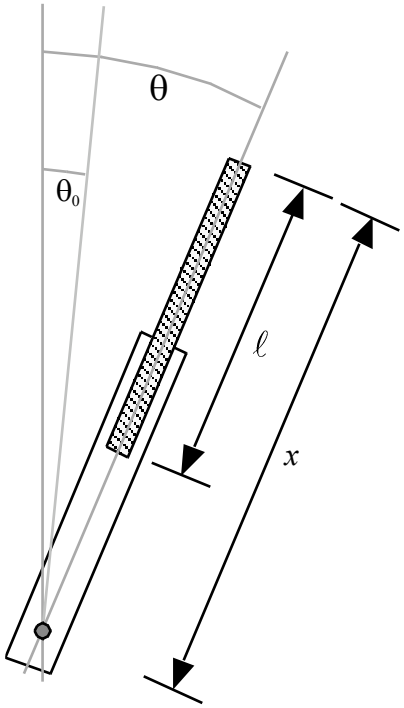


Figura 3: Sono evidenziati le variabili θ e x e i parametri θ_0 e ℓ

3. Si trovi una formula per il momento d'inerzia totale I del pendolo in funzione di x e dei parametri M_2, I_1 e ℓ. *[0.5 punti]*

[2] Il piccolo dado esagonale deve essere nuovamente stretto contro il corpo del pendolo ogni volta che spostate la bacchetta filettata. La sua massa è compresa in M_1. Anche nel seguito, ogni volta che spostate la bacchetta filettata dovete poi fissarla con questo dado.

4. Si scriva l'equazione del moto del pendolo nel caso di un asse di rotazione orizzontale, in funzione dell'angolo θ (vedi figura 3) e di x, κ, θ_0, M_1, M_2, il momento d'inerzia totale I e la posizione $R(x)$ del centro di massa. *[1 punto]*
5. Per determinare κ, si monti il pendolo in modo che il suo asse di rotazione sia orizzontale. All'inizio la bacchetta filettata dev'essere il più possibile all'interno del pendolo. Fissate il pendolo al filo d'acciaio, con il grano, all'incirca a metà fra i due morseti che bloccano il filo, in modo tale che il suo angolo di equilibrio (sotto l'azione congiunta del peso e della torsione del filo) sia abbastanza lontana dalla verticale (vedi figura 4). Si misuri l'angolo di equilibrio θ_e per diversi valori di x (almeno 5). *[4 punti]*

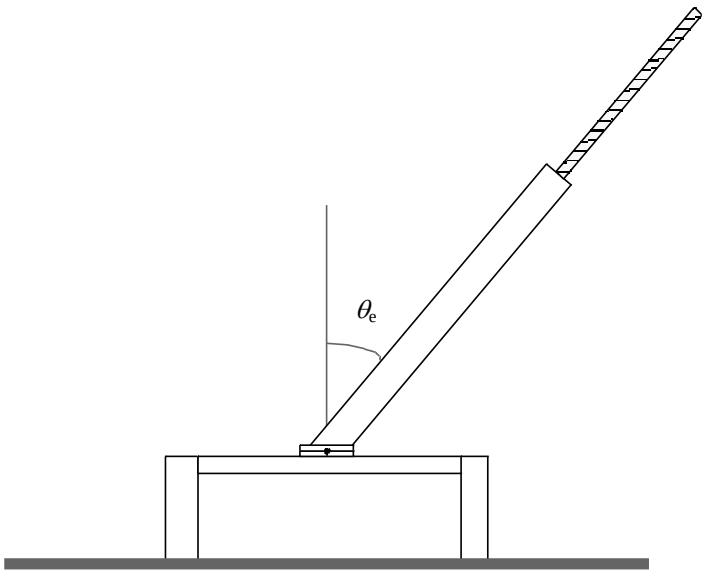


Figura 4: In questa misura si fissi il pendolo in modo che la sua posizione di equilibrio non sia lungo la verticale.

6. Utilizzando le ultime misure, si trovi κ. *[4.5 punti]*
7. Ora si ponga il pendolo con l'asse di rotazione verticale[3], e si misuri il suo periodo di oscillazione per diversi valori di x (almeno 5). Con queste misure, si trovino I_1 e ℓ. *[4 punti]*

A questo punto, dopo aver trovato i parametri del sistema, disponete l'apparato sperimentale in questo modo:

- Asse di rotazione del pendolo orizzontale
- Bacchetta filettata il più possibile all'interno del pendolo
- Pendolo il più verticale possibile all'equilibrio
- Infine aggiungete il lungo dado esagonale all'estremità della bacchetta filettata avvitandolo di qualche giro (non può andare più in giù).

In queste condizioni il pendolo può avere due posizioni di equilibrio, e la situazione varia a seconda della posizione della bacchetta filettata, come si può vedere dal grafico di massima, in figura 5, dell'energia potenziale in funzione dell'angolo θ.

Il raddoppiamento del minimo di energia potenziale in figura 5 illustra un fenomeno noto in matematica come *biforcazione*; esso è implicato in diversi casi di rottura della simmetria che vengono studiate nella fisica delle particelle e in meccanica statistica.

[3] Per renderlo stabile in questa posizione, potete spostare le staffe di sostegno.

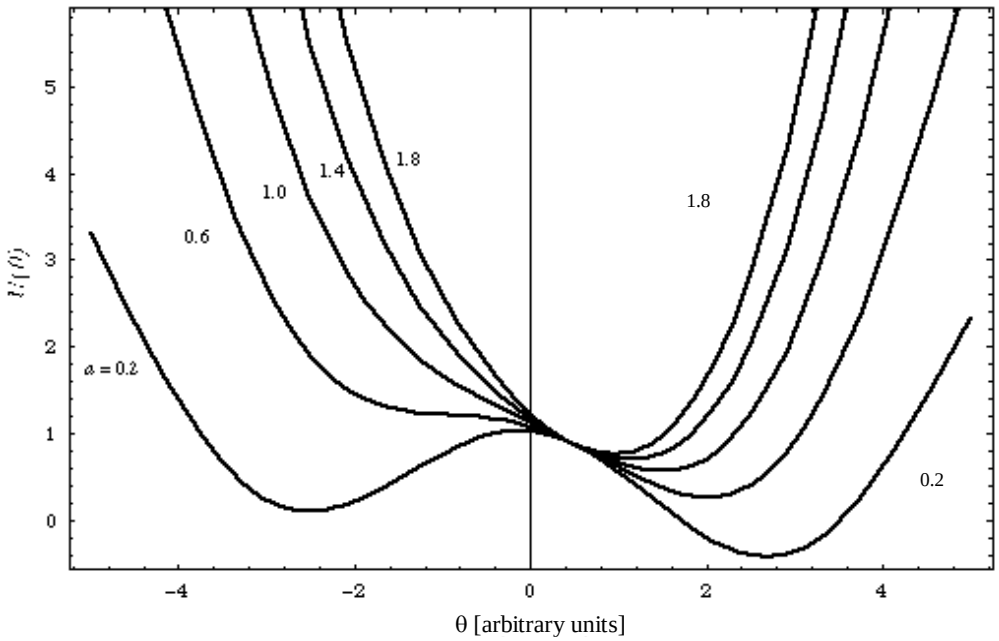


Figura 5: Grafico della funzione $U(\theta) = \frac{a}{2}(\theta - \theta_0)^2 + \cos\theta$ (che è proporzionale all'energia potenziale in questo problema) in funzione di θ, con $\theta_0 \neq 0$. Le varie curve corrispondono a valori diversi di *a,*che sono indicati in figura; a valori inferiori di *a* ($a < 1$) correspondono alla comparsa della biforcazione. Nel nostro caso il parametro *a* è legato alla posizione *x* della bacchetta filettata.

Possiamo ora studiare questa biforcazione misurando il periodo delle piccole oscillazioni intorno alla posizione di equilibrio.:

8. Si faccia un grafico del periodo[4] *T* in funzione di *x*. Che tipo di funzione è? □ crescente, decrescente o è una funzione più complessa? *[2.5 punti]*

[4] È possibile che osserviate due posizioni di equilibrio, ma una di esse è più stabile dell'altra (vedi figura 5). Riportate e graficate il periodo per la posizione più stabile.

NAME _____

TEAM _____

CODE _____

Problem	**E**
Page n.	**1**
Page total	**4**

Fogli-risposte

1. Formula che dà la posizione *R(x)* del centro di massa …….....

2. Si riportino nella tabella seguente le misure di *R(x)* fatte

x	*R(x)*

Ora si disegni il grafico di *R(x)* in funzione di *x*.

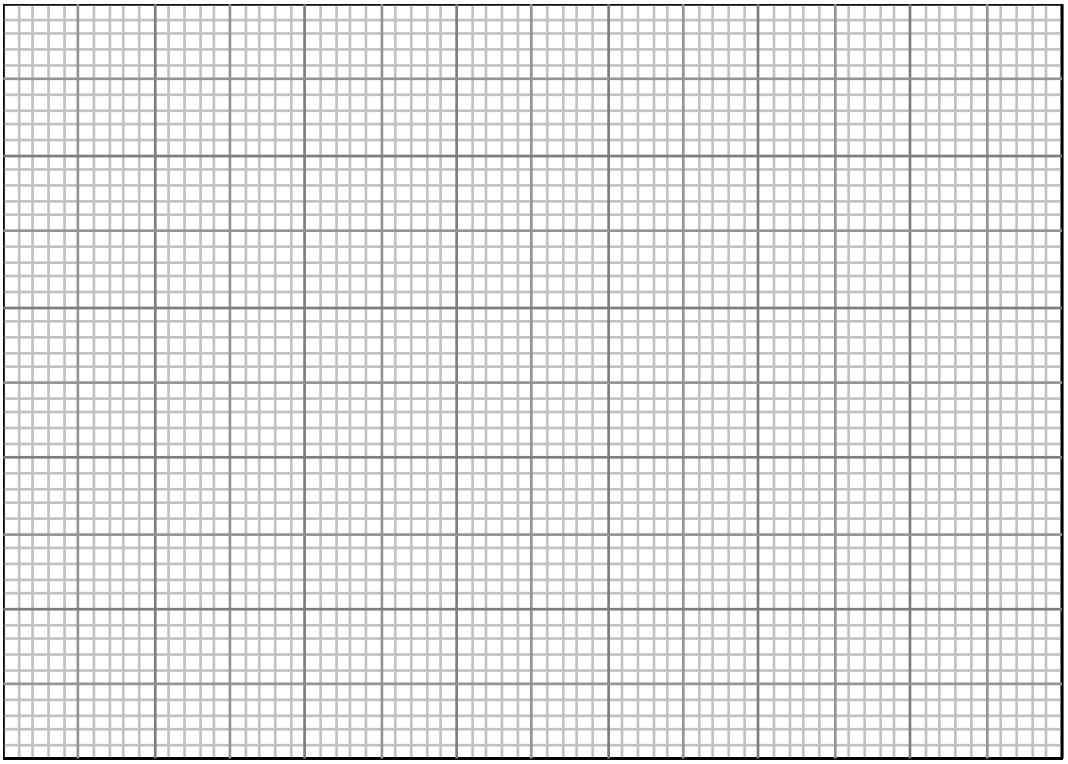
R(x)

NAME _____

TEAM _____

CODE _____

Problem	**E**
Page n.	**1**
Page total	**4**



x

Posto $R(x) = ax+b$, si calcolino i valori di a e b; scrivete qui i valori numerici, le unità di misura e le incertezze sperimentali di a =.....e b =..... che avete ottenuto dalle vostre misure. Scrivete analogamente i valori di M_1 = ... e M_2 = ... che avete ricavato da a e b.

3. Formula per il momento d'inerzia .....

4. Equazione del moto del pendolo quando l'asse di rotazione è orizzontale: .....

5. Nella tabella seguente inserite, per diversi valori di x, i valori corrispondenti dell'angolo di equilibrio θ_e. Poiché non disponete di un goniometro, potete misurare soltanto lunghezze. Su un foglio bianco riportate le misure dirette che avete utilizzato per determinare θ_e.

x	θ_e

6. Valore numerico di κ e incertezza corrispondente…….....

7. Nella tabella seguente si riporti il periodo di oscillazione T al variare di x, con asse di rotazione verticale. Se questi valori sono medie di diverse misure, si riportino le misure dirette su un foglio bianco.

x	T

Valori numerici, con le incertezze corrispondenti, di ℓ ..... e I_1 .....

8. Nella tabella seguente si riporti il valore del periodo di oscillazione T al variare di x, con asse di rotazione orizzontale. Se questi valori sono medie di diverse misure, si riportino le misure dirette su un foglio bianco.

x	T

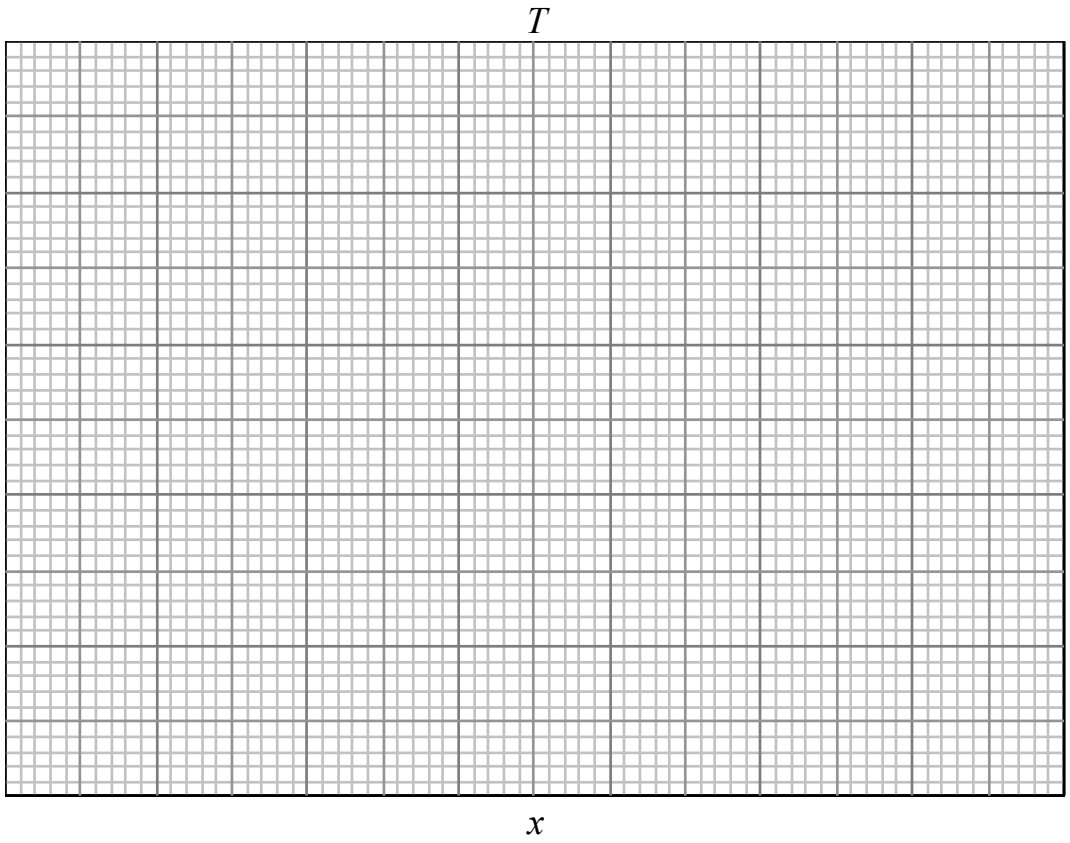
NAME _____

TEAM _____

CODE _____

Problem	**E**
Page n.	**4**
Page total	**4**

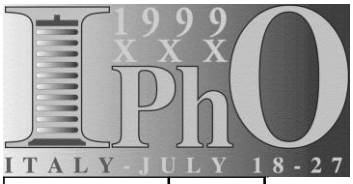
Si disegni qui un grafico di T in funzione di x, comprese le scale sugli assi.



L'andamento del periodo T in funzione di x

1. è crescente in x
2. è decrescente in x
3. ha un minimo
4. ha un massimo
5. ha più minimi
6. ha più massimi
7. ha un massimo e un minimo in tutto.

La risposta corretta è _____ (*si indichi il numero della risposta corretta)*



NAME _____

TEAM _____

CODE _____

Problem	**E**
Page n.	**4**
Page total	**4**